

contenidos

1. El conjunto de los números reales
2. Representación de los números reales en la recta real
3. Conjuntos en la recta real
4. Conjuntos acotados en la recta real
5. Aproximaciones decimales
6. Redondeos y truncamientos
7. Errores
8. Notación científica y orden de magnitud
9. Radicales
10. Operaciones con radicales
11. Racionalización de denominadores



Las Matemática que desarrollaron los griegos nos muestra que ya conocían los números naturales y fraccionarios. Ellos fueron los primeros en descubrir los números irracionales, es decir, aquellos números que no pueden ser expresados a través de una fracción, al comparar la diagonal y el lado de un pentágono regular o la diagonal y el lado de un cuadrado.

Además de las griegas, otras civilizaciones utilizaron los números irracionales en sus construcciones. Los árabes usaron estos números en el diseño de elementos de la Alhambra de Granada y la Mezquita de Córdoba, como ejemplos más significativos de sus bellas edificaciones. Así, en la Mezquita de Córdoba podemos encontrar la llamada **bóveda cordobesa**, que puedes observar en la imagen. La característica de esta bóveda es que en ella aparece el **número cordobés**, número irracional que es la relación existente entre el radio de la circunferencia circunscrita al octógono regular y el lado de este. El número cordobés es:

$$\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

Este conocimiento de los números por parte de las civilizaciones antiguas no fue superado hasta veinticuatro siglos más tarde. Los matemáticos **G. Cantor** (1845-1918), **R. Dedekind** (1831-1916), **K. Weierstrass** (1815-1897) y **B. Bolzano** (1781-1848) fueron quienes culminaron el estudio, que duró medio siglo de investigaciones, sobre los números reales.

cuestiones iniciales

1. Encuentra varios números que estén comprendidos entre:
 - a) $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$
 - b) 2,1 y 2,2
 - c) 2,01 y 2,1
2. Describe un procedimiento que calcule $\sqrt[3]{10}$ utilizando solamente las teclas de las operaciones elementales de tu calculadora.
3. Ordena de menor a mayor los siguientes números:
5,31; -4,21; 5,201; -4,201; 5,2101; -4,2101; 4,211; 4,201
4. Comprueba la siguiente igualdad elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad:

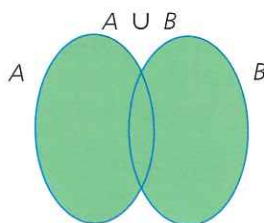
$$2\sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

5. ¿Para qué valores de n y a se cumple $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{R}$?



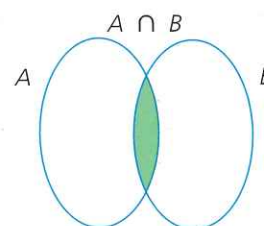
Unión de dos conjuntos

$A \cup B$ es el conjunto formado por todos los elementos de A y de B .



Intersección de dos conjuntos

$A \cap B$ es el conjunto formado por los elementos comunes de A y de B .



1. El conjunto de los números reales

1.1. El conjunto de los números racionales

Existe una relación entre los números racionales y los números decimales:

- Cualquier número racional se puede expresar como un número decimal exacto o periódico.
- Cualquier número decimal exacto o periódico se puede expresar como un número racional.

A continuación damos la definición del conjunto de los números racionales y su equivalencia con los números decimales.

- El conjunto de los **números racionales** se representa mediante la letra $\mathbb{Q}$ y está formado por:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

- El conjunto de los números racionales equivale al conjunto formado por los decimales exactos, los periódicos puros y los periódicos mixtos.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \text{decimales exactos} \right\} \cup \left\{ \text{decimales periódicos puros} \right\} \cup \left\{ \text{decimales periódicos mixtos} \right\}$$

1.2. El conjunto de los números irracionales

La Escuela Pitagórica pensaba que todo el Universo se podía expresar mediante números enteros o racionales. El famoso Teorema de Pitágoras contradijo la doctrina básica de la Escuela al descubrir que existían números, como $\sqrt{2}$, que no eran ni enteros ni racionales.

Los números que, como $\sqrt{2}$, son decimales con infinitas cifras decimales no periódicas se llaman **números irracionales**.

- Los **números irracionales** son aquellos números decimales que tienen infinitas cifras decimales y no son periódicos.

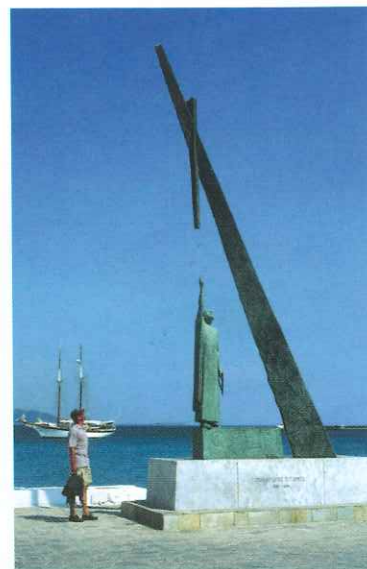
$$\mathbb{I} = \left\{ \begin{array}{l} \text{decimales con infinitas cifras} \\ \text{decimales y no periódicos} \end{array} \right\}$$

Algunos de los números irracionales más importantes y utilizados son:

- El **Número de Oro Φ (Número Áureo)**. Es la razón entre la diagonal de un pentágono regular y su lado.

Para los antiguos griegos el **rectángulo áureo**, o rectángulo cuya razón entre sus lados es el número de oro, representaba la armonía y las dimensiones ideales de belleza.

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803398...$$



↑ Monumento a Pitágoras en el puerto Pythagorio de Samos, Grecia.

- El **número π** . Es la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. Es el primer número irracional que manejamos.

$$\pi = 3,14159265...$$

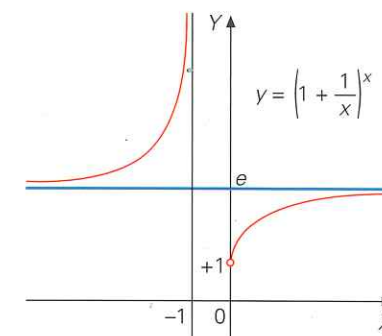
- El **número $\sqrt{2}$** . Aparece al calcular la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 1.

$$\sqrt{2} = 1,41421356...$$

También son irracionales $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{2}$, etc.

- El **número e** . Aparece en múltiples procesos biológicos, químicos, físicos, etc. Es el número al que tiende la función $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ cuando x tiende a $+\infty$ ó $-\infty$.

$$e = 2,71828182845904...$$



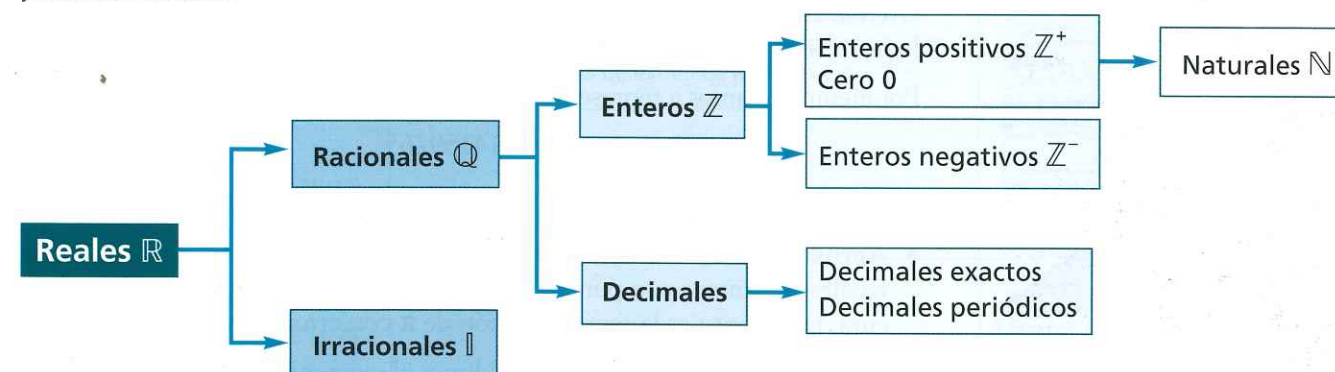
1.3. El conjunto de los números reales

El conjunto de los números racionales junto con los irracionales forma el conjunto de los **números reales**.

- El conjunto de los **números reales** se representa por $\mathbb{R}$, y está formado por los números racionales y los irracionales.

$$\mathbb{R} = \left\{ \text{números racionales} \right\} \cup \left\{ \text{números irracionales} \right\} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

A continuación podemos ver la relación que existe entre los distintos conjuntos numéricos.



- Los números reales llenan por completo la recta, de ahí que la llamemos **recta real**.
- Dado un origen y una unidad, a cada punto de la recta le corresponde un número real, y a cada número real le corresponde un punto de la recta.